සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது]
All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் / Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 1997 අගෝස්තු (නව නිර්දේශය)
கல்விப் பொதுத் தராதரப்பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 1997 ஓகஸ்ற் (புதிய பாடத்திட்டம்)
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 1997 *(New Syllabus)*

ගණිතය I
கணிதம் I
Mathematics I

07	
S	I

පැය තුනයි / மூன்று மணி / *Three hours*

ප්‍රශ්න අටකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

---

1. p, q සහ r ප්‍රස්තුත ලෙස ගනිමු. සත්‍යතා වගු භාවිතයෙන් $p \vee q$ ට $\sim p \to q$ තුල්‍ය බව ද $p \wedge \sim r$ ට $\sim(\sim p \vee r)$ තුල්‍ය බව ද සත්‍යාපනය කරන්න.

''කර්මාන්තායතන පරිගණක යන්ත්‍ර භාවිත කරයි.'' යන්න p ලෙස ද, ''විරැකියා ගැටළු ව නිරාකරණය වේ.'' යන්න q ලෙස ද, ''ආර්ථික සංවර්ධනයක් ඇති වේ.'' යන්න r ලෙස ද ගෙන පහත දක්වෙන ප්‍රස්තුත සංකේත ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

(i) කර්මාන්තායතන පරිගණක යන්ත්‍ර භාවිත නොකරයි නම් විරැකියා ගැටළු ව නිරාකරණය වේ.

(ii) කර්මාන්තායතන පරිගණක යන්ත්‍ර භාවිත කරයි ද විරැකියා ගැටළු ව නිරාකරණය වේ ද නම් ආර්ථික සංවර්ධනයක් ඇති නොවේ.

(iii) ආර්ථික සංවර්ධනයක් ඇති වේ හෝ කර්මාන්තායතන පරිගණක යන්ත්‍ර භාවිත නොකෙරේ හෝ නම් විරැකියා ගැටළු ව නිරාකරණය නොවේ.

ඉහතින් දක් වූ (i), (ii) සහ (iii) පූර්වාවයව ලෙස ගෙන '' විරැකියා ගැටළුව නිරාකරණය වී ආර්ථික සංවර්ධනයක් ඇති වුනි නම් කර්මාන්තායතන පරිගණක යන්ත්‍ර භාවිත කර නැත.'' යන්න නිගමනය කරන්න.

2. A සහ B යනු දී තිබෙන පරිමිත S කුලකයක උප කුලක වේ.
සුපුරුදු අංකනයෙන්

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

බව සාධනය කරන්න.

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

සූත්‍රය භාවිතයෙන් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ පහත සඳහන් ගැටළුව විසඳන්න.

පුද්ගලික ටියුටරියක් ශුද්ධ ගණිතය, ව්‍යවහාරික ගණිතය සහ සංඛ්‍යානය සඳහා පමණක් පුනරීක්ෂණ පන්ති පවත්වනු ලැබේ. එම ටියුටරියේ සිටින සිසුන් 200 න් 90 ක් 100 ක් 110 ක් පිළිවෙළින් ශුද්ධ ගණිතය, ව්‍යවහාරික ගණිතය සහ සංඛ්‍යානය සඳහා ලියා පදිංචි වී ඇත. විෂය දෙකක් පමණක් සඳහා සිසුන් 80 ක් ලියා පදිංචි වී ඇත්නම් විෂයයන් තුනම සඳහා ලියා පදිංචි වී ඇති සිසුන් සංඛ්‍යාව සොයන්න.

ශුද්ධ ගණිතය සඳහා පමණක් ලියා පදිංචි වී ඇති සිසුන් සංඛ්‍යාව ව්‍යවහාරික ගණිතය සහ සංඛ්‍යානය සඳහා පමණක් ලියා පදිංචි වූ සිසුන් සංඛ්‍යාවට සමාන බව ද පෙන්වන්න.

3. O මූල ලක්ෂ්‍යයක් විෂයෙහි L, M, N ලක්ෂ්‍ය තුනක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $5\mathbf{i}+7\mathbf{j}, \mathbf{i}+p\mathbf{j}, p\mathbf{i}+3\mathbf{j}$ වේ. මෙහි p යනු නියතයකි.

(i) $\overrightarrow{LM}$ සහ $\overrightarrow{LN}$ දෛශික සොයන්න.

(ii) $M\widehat{L}N$, සෘජු කෝණයක් වන විට p හි අගය සොයන්න.

(iii) $M\widehat{L}N$ සෘජු කෝණයක් නම් MN ට සමාන්තරව L හරහා ඇඳි l රේඛාවේ සමීකරණය ලබා ගන්න.

(iv) O ට ඉතාම සමීපයෙන් l මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය සොයන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න.

4. (ඇ) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$ ලෙස ගනිමු.

$A\mathbf{u} = -3\mathbf{u}$ සහ $A\mathbf{v} = 3\mathbf{v}$ වන පරිදි $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$ සහ $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$ නිශ්ශූන්‍ය තීර දෛශික සොයන්න.

$P = \begin{pmatrix} u_1 & v_1 \\ u_2 & v_2 \end{pmatrix}$ නම් $P^{-1}AP = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ බව පෙන්වන්න.

(ආ) $A = \begin{pmatrix} 4 & 8 & 0 \\ 0 & 4 & 8 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ ලෙස ගනිමු.

$AB = BA$ තෘප්ත කරන ඕනෑ ම B න්‍යාසයක් $\begin{pmatrix} a & b & c \\ 0 & a & b \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$ ආකාරයේ වන බව පෙන්වන්න.

5. (අ) යම්කිසි $n \in \mathbb{Z}$ සඳහා $a = 2^n b$ වන්නේ ම නම් පමණක් aRb වේ යනුවෙන් $\mathbb{Z}$ මත R සම්බන්ධයක් අර්ථ දක්වනු ලබයි.
R; තුල්‍යතා සම්බන්ධයක් බව සාධනය කර 4 ට තුල්‍යවන පූර්ණ සංඛ්‍යා කුලකය සොයන්න.

(ආ) k යනු දී තිබෙන පූර්ණ සංඛ්‍යාවක් ද, $g(x) = 2x + k - kx$ මගින් $g : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ අර්ථ දක් වේ යැයි ද ගනිමු.
k හි කිනම් අගයන් සඳහා g එකට - එක වේ ද? k හි කිනම් අගයන් සඳහා g මතට වේ ද?
g^{-1} පවතින විට g^{-1} සොයන්න.

6. a, b, c තාත්ත්වික නියත වූ $ax^2 + bx + c = 0$ වර්ගජ සමීකරණයේ මූල α_1, α_2 නම් $\alpha_1 + \alpha_2$ සහ $\alpha_1\,\alpha_2$ සඳහා a, b, c ආශ්‍රිතයෙන් ප්‍රකාශණ ලියා දක්වන්න.
λ තාත්ත්වික නියතයක් වූ $x^2 + 2\lambda x + 2\lambda + 15 = 0$ සමීකරණයේ මූල α, β යැයි ගනිමු.

(i) α සහ β තාත්ත්වික වනු පිණිස λ හි අගය කුලකය සොයන්න.

(ii) මූල $2\alpha + \alpha\beta$ හා $2\beta + \alpha\beta$ වන $y^2 + qy + r = 0$ ආකාරයේ සමීකරණයක්, q සහ r නියත λ ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරමින්, ලබා ගන්න.

(iii) ඉහත සඳහන් y හි වර්ගජ සමීකරණයේ මූල අතර වෙනස 12 ක් වනු පිණිස λ හි අගයන් සොයන්න.

7. (අ) x විෂයෙහි අවකලනය කරන්න.

(i) $\left[x^2 + \sqrt{1 + x^4}\,\right]^{20}$

(ii) $\dfrac{e^{-x^2} \sin 2x + \cos^2 2x}{x}$

(ආ) $y = x^5 + 5x^3 - 19x + 3$ සමීකරණය මගින් දෙනු ලබන වක්‍රයට $y = x - 1$ රේඛාවට සමාන්තර වන ලෙස ඇඳි, ස්පර්ශකවල සමීකරණ සොයන්න.

(ඇ) ගෝලාකාර බැලූමක පරිමාව $50\ \mathrm{cm}^3/s$ නියත සීඝ්‍රතාවයකින් වැඩි වන පරිදි, එයට හුලං පුරවනු ලබයි.

(i) අරය 10 cm වන විට කුමන කඩිනමකින් බැලූමේ අරය වැඩි වන්නේ ද?

(ii) අරය 10 cm වන විට කුමන කඩිනමකින් බැලූමේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය වැඩි වන්නේ ද?

[අරය r වූ ගෝලයක පරිමාව $\frac{4}{3}\pi r^3$ බව ද, එහි පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $4\pi r^2$ බව ද උපකල්පනය කළ හැක.]

8. ඝන මීටර 25 ක පරිමාවක් ඇති, පළල මෙන් දෙගුණයක් දිග වූ පතුලක් ඇති, ඒකාකාර චතුරශ්‍ර හරස්කඩක් ඇති, උඩ පැත්ත නොවැසූ වැංකියක් සෑදීමට අවශ්‍යව ඇත. පතුලේ වර්ග මීටරයක් සෑදීමට යන වියදම රු. 600 යක් වන අතර පැතිවල වර්ග මීටරයක් සෑදීමට යන වියදම රු. 500 ක් වේ. වැංකියේ ඝනකම නොසළකා හැර, පළල මීටර x වන වැංකියක් සෑදීමට යන වියදම සඳහා x ඇසුරෙන් ප්‍රකාශණයක් ලබා ගන්න. අවම වියදමකින් වැංකිය සාදන්නේ නම් එහි දිග, පළල සහ උස ද එය සෑදීමට යන වියදම ද සොයන්න.

9. $A(1, 3)$ සහ $C(4, 2)$ යනු A, B, C, D වාමාවර්තව ගත් $ABCD$ සමචතුරශ්‍රයක AC විකර්ණයේ කෙළවරවල් ය. සමචතුරශ්‍රයේ ඉතිරි ශීර්ෂ දෙකේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න. P යනු $\dfrac{BP}{PC} = 2$ වන පරිදි BC මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යය වේ. AB මත C හි ප්‍රතිබිම්බය මූල ලක්ෂ්‍යය බව පෙන්වා, ඒනයින් AB මත AP රේඛාවේ ප්‍රතිබිම්බයෙහි සමීකරණය සොයන්න.

10. ඕනෑම ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$ බව සුපුරුදු අංකනය භාවිතයෙන් සාධනය කරන්න.
එම අංකනයම භාවිතයෙන්

(i) D යනු $\dfrac{BD}{DC} = \lambda$ වන පරිදි BC මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් නම්

$$AD = \frac{\sqrt{b^2\lambda^2 + (b^2 + c^2 - a^2)\lambda + c^2}}{\lambda + 1}$$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $\dfrac{\cos A}{a} = \dfrac{\cos B}{b} = \dfrac{\cos C}{c}$ නම් ABC ත්‍රිකෝණයේ කෝණ සොයන්න.

11. විභාගයකට පෙනී සිටි (පිරිමි සහ ගැහැණු) අපේක්ෂකයින් 100 ක් අතුරින් 80 ක් වූ පිරිමින්ගේ වැටයු ලකුණුවල ව්‍යාප්තිය පහත දක්වෙන පරිදි වේ.

ලකුණු	සංඛ්‍යාතය
25	2
30	3
35	5
40	5
45	10
50	10
55	20
60	15
65	5
70	3
75	2
මුළු ගණන	80

තවද, ගැහැණු අපේක්ෂකයින්ගේ වැටයු ලකුණුවල මධ්‍යන්‍යය පිරිමි අපේක්ෂකයින්ගේ වැටයු ලකුණුවල මධ්‍යන්‍යයට සමවන අතර, සම්මත අපගමනය 8·50 වේ.

(i) 50 ක් අඩු කිරීමෙන් දත්ත කේතනය කර පිරිමි අපේක්ෂකයින්ගේ ලකුණුවල මධ්‍යන්‍යය සහ සම්මත අපගමනය සොයන්න.

(ii) සියලු ම අපේක්ෂකයින්ගේ ලකුණුවල මධ්‍යන්‍යය සහ සම්මත අපගමනය සොයන්න.

(iii) වගුවේ දක්වා ඇති පරිදි ලකුණු 50 සහ 55 ගත් පිරිමි අපේක්ෂකයිගේ සංඛ්‍යාතය 10 සහ 20 නොවන අතර ඒවා පිළිවෙළින් 20 සහ 10 බව පසුව සොයා ගන්නා ලදී. නිවැරදි කල වගුවේ ලකුණුවලට අනුකූලව පිරිමි අපේක්ෂකයින්ගේ ලකුණුවල මධ්‍යන්‍යය සහ සම්මත අපගමනය අපෝහනය කරන්න.

12. මීයන්ගේ ධාරණ ශක්තිය පිළිබඳ ව අධ්‍යයනයක් කරන විද්‍යාඥයකු පහත සඳහන් පරීක්ෂණය කරනු ලබයි. මීයෙකු පටු කානුවක තබා "වම" සහ "දකුණ" යනුවෙන් නම් කළ දිශා දෙකෙන් එකක් ඔස්සේ යෑමට ඌට ඉඩ හැර ඇත. මීයා වමට හැරුන හොත් ආහාර ස්වල්පයක් දෙනු ලබන අතර දකුණට හැරුනහොත් දුර්වල විදුලි කම්පනයක් දෙනු ලබයි. පරීක්ෂණ වාරයේ දී මෙම ක්‍රියාවලිය කිහිප වතාවක් පුනරාවර්තනය කරනු ලබයි.

පළමුවන වටයේ දී මීයා වමට හෝ දකුණට හෝ හැරීමේ සම්භාවිතාව සමාන වේ. කෙසේ වෙතත් පළමුවන වටයේ දී මීයා වමට හැරුනහොත් දෙවන වටයේ දී ද වමට හැරීමේ සම්භාවිතාව 0·6 ක් වන අතර පළමුවන වටයේ දී මීයා දකුණට හැරුනහොත් දෙවන වටයේ දී වමට හැරීමේ සම්භාවිතාව 0·8 ක් වේ. මීයා දෙවන වටයේ දී වමට හැරීමේ සම්භාවිතාව 0·7 ක් බව පෙන්වන්න.

දෙවන වටයට පසු ඕනෑම වටයක දී මීයා වමට හැරීමේ සම්භාවිතාව ඊට කලින් වටයේ දී වමට හෝ දකුණට හෝ හැරීම අනුව මුල දී මෙන් පිළිවෙළින් 0·6 සහ 0·8 බව උපකල්පනය කරනු ලබයි නම් පිළිවෙළින් p_{n+1} සහ p_n මගින් දක්වන $n+1$ වන සහ n වන වට වල දී මීයා වමට හැරීමේ සම්භාවිතා $p_{n+1} = 0{\cdot}8 - 0{\cdot}2\, p_n$ මගින් සබැඳෙන බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින් , පස්වන වටයේ දී මීයා වමට හැරීමේ සම්භාවිතාව ගණනය කරන්න.

p_n හි සීමාන්තික අගය සොයන්න.